

外れ値除去フィルタリングの開発

金田 泰昌^{*1)} 入月 康晴^{*1)}

Development of an outlier reduction filter

Yasuaki Kaneda^{*1)}, Yasuharu Irizuki^{*1)}

Recently, remote sensing methods, e.g., GPS, ultrasonic wave sensors, image measurements, radar measurements, and so on, are the focus of attention. However, noise from external environments often comprises part of the sensor signals and causes the normal Gaussian distribution to be distorted. In order to reduce effect of the outliers, some heuristic methods have been proposed, but design validation is difficult in these methods. In this research, we develop a method to reduce the outlier without heuristic design methods. The proposed method can be derived from an assumption that outliers are sparse and can be estimated by solving an optimization problem with l_1 regularization. In addition, regularization parameters of the proposed method can be designed automatically by statistics of Gaussian measurement noise. The effectiveness is also demonstrated by some numerical simulations and experiments.

キーワード：外れ値， l_1 正則化，ロバストカルマンフィルタ，パラメータ設計

Keywords：Outlier, Robust Kalman filter, l_1 regularization, Parameter design

1. はじめに

近年自動制御システムにおいて，超音波センサや画像計測，レーダ計測といった非接触型の計測手法が注目を集めている。しかしながら，これらの計測手法は外界の影響により外れ値と呼ばれる，通常のガウスノイズでは表す事のできないノイズが生じる事が知られている。例えば，GPSを用いた位置制御システムでは障害物による電波遮断によりデータが欠損する場合がある⁽¹⁾。また，動画像から位置を計測し，それをフィードバックするビジュアルフィードバックシステムでは，背景コントラストの変化による突発的なノイズが外れ値として生じる⁽²⁾。更に，レーダ計測を用いた飛行物体のレーダ追尾系では反射波等のノイズの影響により，クラッタと呼ばれる外れ値がレーダの距離情報や角度情報に生じる事が知られている⁽³⁾。これらの外れ値ノイズは状態推定精度や制御性能に悪影響を及ぼす事になるため，外れ値を除去する手法が求められている。

外れ値を除去するために，非ガウスノイズに対応したカルマンフィルタ (KF) が数多く提案されており，これらはロバストカルマンフィルタ (RKF) と呼ばれている。その中でも特に， l_1 正則化をKFに適用したRKFが注目を集めている⁽⁴⁾。 l_1 正則化は最適化問題に対しある閾値に従ってスパースな解 (空間的に疎な解，まれに非ゼロとなる解) を与える手法であり，外れ値をスパースな解とみなしてKFに l_1 正則化を適用する事で，外れ値をしきい値処理する事ができる。

そのため他の手法に比べて信号の遅延が少ない。また，構造がシンプルでかつ凸最適化問題であるため，実装及び計算が比較的簡単であるという利点がある。しかしながら，パラメータ設計が試行錯誤的になってしまうという課題がある。

そこで本研究では，パラメータを何かしらの見積りが可能な指標にしたがって設計できる外れ値除去フィルタリングを開発する。具体的には，文献⁽⁴⁾の手法に対して，ガウスノイズの分散値からパラメータを設計する手法を提案する。これにより，パラメータの試行錯誤設計を無くし，パラメータ設計の物理的な妥当性を保証する。また，本研究で提案する外れ値除去手法は，外れ値を推定して，それを観測値から差し引く。そのため，外れ値検出への応用が可能となる。

2. 外れ値除去アルゴリズムとその設計手法

本節では外れ値除去アルゴリズムと，そのパラメータの設計手法について説明する。 $x_k \in R^n$ 及び $y_k \in R^m$ をそれぞれ状態及び観測値とする。今，扱うシステムは次式で与えられる離散時間線形時不変システムとする。

$$\begin{aligned} x_k &= Ax_{k-1} + w_k \\ y_k &= Cx_k + v_k + z_k \end{aligned} \quad (1)$$

ここで， $A \in R^{n \times n}$ はシステム行列であり， $C \in R^{m \times n}$ は観測行列である。また $w_k \in R^n$ は時刻 k における状態ガウスノイズを， $v_k \in R^m$ は時刻 k における観測ガウスノイズを，そして $z_k \in R^m$ は時刻 k における外れ値をそれぞれ表す。各ノイズ

事業名 平成23年度 基盤研究
*1) 情報技術グループ

は互いに独立であると仮定する。今、状態誤差の共分散行列を $P \in R^{m \times n}$, 状態ガウスノイズ及び観測ガウスノイズの共分散行列をそれぞれ $Q \in R^{n \times n}$, $R \in R^{m \times m}$ とすると, RKF の予測式と更新式はそれぞれ次式のようになる⁽⁴⁾。

$$\begin{aligned} \text{予測式: } \hat{x}_{k|k-1} &= A\hat{x}_{k-1|k-1} \\ P_{k|k-1} &= AP_{k-1|k-1}A^T + Q \\ \hat{z}_k &= \arg \min_{z_k} (e_k - z_k)^T W(e_k - z_k) + \sum_{i=1}^m \lambda_i |(z_k)_i| \\ \hat{x}_{k|k} &= \hat{x}_{k|k-1} + L(e_k - \hat{z}_k) \\ \text{更新式: } e_k &= y_k - C\hat{x}_{k|k-1} \\ P_{k|k} &= (I - LC)P_{k|k-1} \\ L &= P_{k|k-1}C^T(CP_{k|k-1}C^T + R)^{-1} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで, $W = (I - CL)^T R^{-1} (I - CL) + L^T P_{k|k-1}^{-1} L$ である。また, 添え字の i はベクトルの要素を表す。また, λ_i は設計パラメータであり, 1出力系の場合次式で設計する事ができる⁽⁵⁾。

$$\lambda = 2W\sigma_{e_i} \quad (4)$$

ここで,

$$\sigma_{e_i}^2 = E\left[\left[e_k \Big|_{z_i=0}\right]^2\right] = CP_{k|k-1}C^T + R \quad (5)$$

である。また, $E[\cdot]$ は期待値を表す。 W は与えられたパラメータから自動的に計算できる。更に, σ_{e_i} は式 (5) で計算され, これは観測ガウスノイズの分散 R より決定される事を意味する。よって, 式 (4) より, 設計パラメータ λ もまた観測ガウスノイズの分散より設計される事がわかる。

3. シミュレーションによる提案手法の性能評価

3.1 システム システムの出力を位置情報とし, 状態を位置情報とその微分値 (速度) とすると, 離散時間線形時不変システム (1) は次式で与えられる。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & T_s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$Q = \sigma^2 \begin{bmatrix} 0.25T_s^4 & 0.5T_s^3 \\ 0.5T_s^3 & T_s^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

ここで, T_s はサンプリング周期, σ は加速度の標準偏差を表す。以降の評価では, これら式を RKF に適用する事で, ノイズが生じた位置情報から, ノイズを除去した位置と速度を推定する。

3.2 シミュレーション条件 2通りの評価を行う。1つ目の評価は提案するパラメータ設計の妥当性を評価するものであり, 2つ目の評価はノイズ除去手法として広く用いられている KF との性能の比較を評価するものである。

まず, パラメータ設計の妥当性評価の条件を以下に述べる。外れ値が含まれた正弦波信号 (振幅 1, 周波数 1 Hz) に対して, RKF のパラメータを試行錯誤に設計した場合と提案手法を用いた場合とで, 位置に関する推定精度を比較する。推定精度の評価として, 次式で表される推定誤差率を用いる。

$$\frac{\sqrt{\sum_k (x_k - \hat{x}_k)^2 / N}}{\max x_k} \times 100 \quad [\%] \quad (9)$$

ここで x_k は真値を, \hat{x}_k は推定値を, N はサンプル数をそれぞれ表す。今評価に用いる信号は正弦波であるので, この式は, 振幅に対する推定誤差の割合を表している指標となる。試行錯誤設計として, 推定誤差率が最も小さくなる様な設計パラメータを計算機により探索する。また, 観測ノイズにはガウスノイズが常時混入するとし, その平均は 0, 標準偏差は振幅の 1 割の大きさとする。そして, このガウスノイズに対して, 次式で表されるコーシー分布を持つノイズを外れ値として印加する。

$$\frac{1}{\pi} \frac{\delta}{\delta^2 + (x - x_0)^2} \quad (10)$$

ただし, $x_0 = 0$, $\delta = 1 \times 10^{-2}$ とする。コーシー分布は裾の広い分布で, インパルス的なセンサノイズを表す際にしばしば用いられる。

KF との性能評価に関する条件を以下に述べる。前述同様, 正弦波信号に外れ値が混入している状況を考える。正弦波信号の振幅は 1 とし, 周波数は可聴領域を想定し, 1 Hz, 10 Hz, 20 Hz, 30 Hz の 4 通りの周波数について評価する。常時生じるノイズとしてガウスノイズを考え, その平均は 0 とし, 標準偏差は振幅の 1 割の大きさとする。先述したコーシー分布は外れ値モデルとしてしばしば用いられるものの, 外れ値の割合を定量的に設定できない。そこで, ここでは外れ値ノイズとして, 常時生じるノイズの 5 倍の大きさのガウスノイズがある確率で発生するものとする。今回, 外れ値の発生確率として 10%, 20%, 30% の 3 通りを考える。また, サンプリング周期を 0.1 ms とし, 加速度の標準偏差は正弦波を 2 階微分して得られる理論値を用いる。

3.3 パラメータ設計手法の妥当性評価の結果 表 1 に, 試行錯誤設計を行った場合と, 提案設計手法を用いた場合の RKF の性能を示す。この結果より, 両者の数値誤差が 5% 以内に入っており, 提案設計手法を用いる事で試行錯誤設計の最もよい性能と同程度の性能が得られている事が分かる。提案設計手法は, 事前に計算機で探索しなくとも, 自動でパラメータが決定されるメリットがある。

3.4 RKF と KF の性能評価の結果 表 2 に KF を用いた場合の推定誤差率を, 表 3 に RKF を用いた場合の推定誤差率をそれぞれ示す。また, 一例として, 10 Hz の正弦波信号に 30% の外れ値を混入したときの観測値を図 1 に, KF 及び提案手法による推定結果の時系列をそれぞれ図 2 に示す。KF は外れ値を完全に除去する事ができず, 推定誤差率が大きくなっている。一方, 提案手法を用いる事で全ての組合せにおいて推定誤差率が 1% 以内となっている事がわかる。

表 1. 試行錯誤設計と提案手法設計を用いた場合の推定誤差率 [%] の比較

	Heuristic	Proposed
Position	0.0740	0.0773

表2. KFを用いた場合の推定誤差率 [%]

	10 %	20 %	30 %
1 Hz	0.927	0.179	2.52
10 Hz	7.06	15.9	23.5
20 Hz	13.9	30.8	41.3
30 Hz	17.3	48.0	78.0

表3. RKFを用いた場合の推定誤差率 [%]

	10 %	20 %	30 %
1 Hz	0.113	0.154	0.186
10 Hz	0.228	0.340	0.529
20 Hz	0.305	0.767	0.825
30 Hz	0.337	0.615	0.976

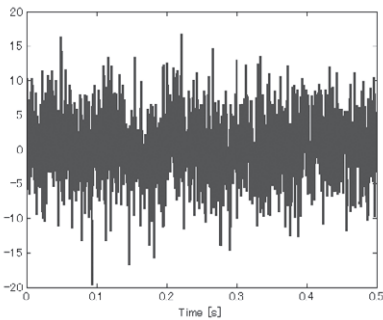
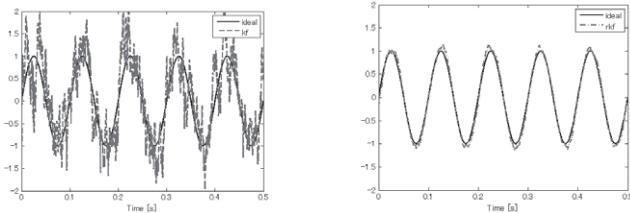


図1. 10 Hzの基本信号に30%の外れ値を混入させた時の観測値



(a) KFによる結果

(b) RKFによる結果

図2. 10 Hzの基本信号に30%の外れ値を混入させた時の推定結果

4. 実データによる性能評価

4.1 フィルタの実装環境 図3に，実験に用いるFPGAボードの外観を示す。また主な仕様を表4に示す。FPGA内部のアーキテクチャは図4の通りである。今回，RKFを

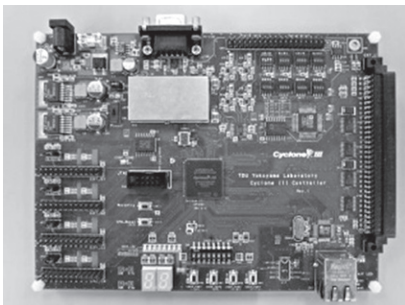


図3. FPGAボードの外観

表4. FPGAボードの主な仕様

Hardware	Specifications
FPGA	Altera Cyclone III (EP3C25F324C8N)
Clock	50 MHz
Memory	SRAM 4 MB
A/D	8 ch 13 bit 1 Msps (± 10 V)
D/A	8 ch 12 bit 2 Msps (± 10 V)

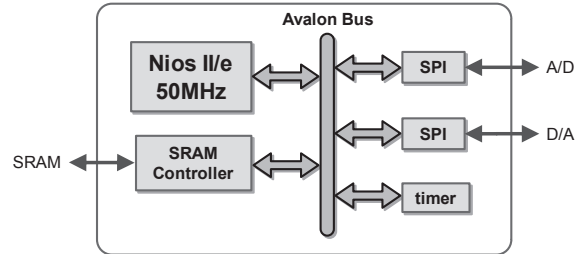


図4. FPGAの内部アーキテクチャ

FPGA (Nios) に実装するため，式(6)～(8)をRKFに適用する際，行列形式ではなく，以下の様書き下す。

$$\text{予測式: } \begin{cases} \hat{x}_{k|k-1}^1 = \hat{x}_{k-1|k-1}^1 + T_s \hat{x}_{k-1|k-1}^2 \\ \hat{x}_{k|k-1}^2 = \hat{x}_{k-1|k-1}^2 \\ P_{k|k-1}^{11} = P_{k-1|k-1}^{11} + T_s (P_{k-1|k-1}^{12} + P_{k-1|k-1}^{21}) + T_s^2 P_{k-1|k-1}^{22} + Q^{11} \\ P_{k|k-1}^{12} = P_{k-1|k-1}^{12} + T_s P_{k-1|k-1}^{22} + Q^{12} \\ P_{k|k-1}^{21} = P_{k-1|k-1}^{21} + T_s P_{k-1|k-1}^{22} + Q^{21} \\ P_{k|k-1}^{22} = P_{k-1|k-1}^{22} + Q^{22} \end{cases} \quad (11)$$

$$\text{更新式: } \begin{cases} L^1 = \frac{P_{k|k-1}^{11}}{P_{k|k-1}^{11} + R} \\ L^2 = \frac{P_{k|k-1}^{21}}{P_{k|k-1}^{11} + R} \\ \hat{x}_{k|k}^1 = \hat{x}_{k|k-1}^1 + L^1 (y - \hat{x}_{k|k-1}^1 - \hat{z}_k) \\ \hat{x}_{k|k}^2 = \hat{x}_{k|k-1}^2 + L^2 (y - \hat{x}_{k|k-1}^1 - \hat{z}_k) \\ P_{k|k}^{11} = (1 - L^1) P_{k|k-1}^{11} \\ P_{k|k}^{12} = (1 - L^1) P_{k|k-1}^{12} \\ P_{k|k}^{21} = P_{k|k-1}^{21} - L^2 P_{k|k-1}^{11} \\ P_{k|k}^{22} = P_{k|k-1}^{22} - L^2 P_{k|k-1}^{12} \end{cases} \quad (12)$$

ここで， \hat{z}_k は次式で計算され，その中で用いるパラメータ λ は式(5)で計算される。

$$\hat{z}_k = \begin{cases} e_k - \frac{\lambda}{2W} & \left(e_k \geq \frac{\lambda}{2W} \right) \\ 0 & \left(-\frac{\lambda}{2W} \leq e_k < \frac{\lambda}{2W} \right) \\ e_k + \frac{\lambda}{2W} & \left(e_k < -\frac{\lambda}{2W} \right) \end{cases} \quad (13)$$

4.2 実験環境・条件 図5に実験環境を示す。シグナルジェネレータにて外れ値を含むテスト信号を生成し，フィルタを実装したFPGAに入力する。FPGA内では10 msサンプリングでデータを処理し，その後FPGAから出力された信号をオシロスコープにて観測する。テスト信号としては，

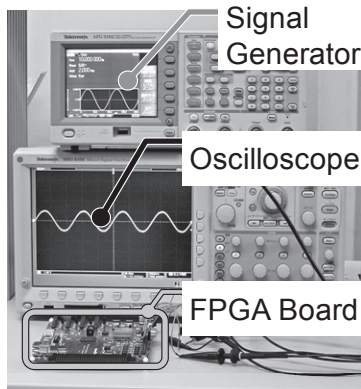


図5. 実験環境

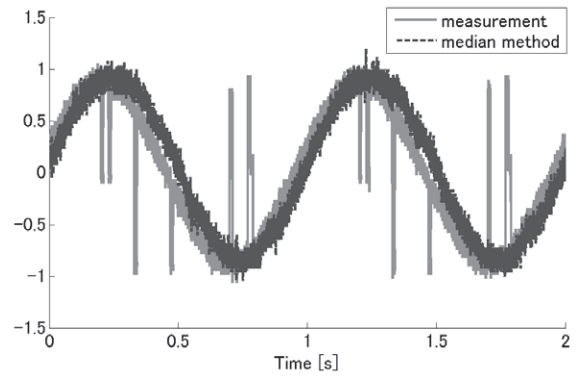
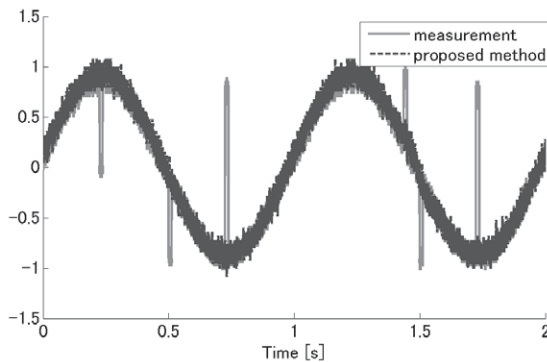
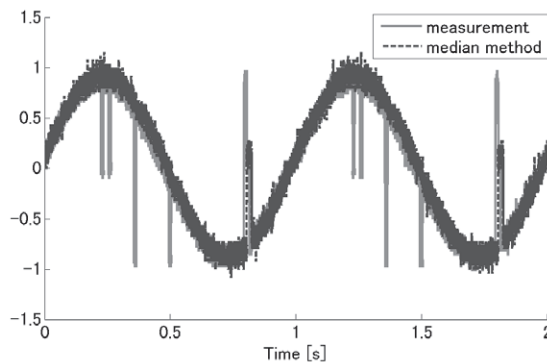
図8. データ長10のメディアンフィルタによる結果
(点線：観測値，実線：推定値)

図6. RKFによる結果比較(点線：観測値，実線：推定値)

図7. データ長3のメディアンフィルタによる結果
(点線：観測値，実線：推定値)

振幅1V，周波数1Hzの正弦波信号とする。FPGAに実装するフィルタは，提案手法と，外れ値除去手法として良く用いられるメディアンフィルタとする。

4.3 結果 図6に提案手法による結果を示す。この結果からわかる様に，提案手法を用いる事で外れ値が除去できている事が確認できる。

図7にデータ長が3の場合のメディアンフィルタによる推定結果を示す。また，図8にデータ長を10とした場合の結果を示す。データ長が3の場合には外れ値が一部取り除けていないのに対して，データ長を10にする事で外れ値が完全に取り除けている。しかしながら，データ長を長くする事でメディアンフィルタの推定値に遅延が生じている事がわか

る。一方，図6より，提案手法は外れ値が除去でき，かつ推定値の遅延が少ない事がわかる。

5. まとめ

本論文では， l_1 正則化を用いたRKFを対象とし，そのパラメータをノイズに関する統計量を用いて自動的に決定できる手法を開発した。これにより，試行錯誤設計が必要なく，設計パラメータの妥当性が保証される。また，シミュレーションならびに実機を用いてその効果を検証した。

今後の課題は，多出力系に対する設計手法の導出が挙げられる。また，本手法は外れ値を推定できるため，外れ値検出への応用も今後の課題である。

(平成25年7月16日受付，平成25年8月20日再受付)

文 献

- (1) K. Kurashiki, T. Fukao, K. Ishiyama, T. Kamiya, and N. Murakami, "Orchard Traveling UGV Using Particle Filter Based Localization and Inverse Optimal Control," *Proc. IEEE/SICE Int. Sympo. System Integration*, pp.31-36 (2010)
- (2) N. Guenard, I. Hamel, and R. Mahony, "A Practical Visual Servo Control for Unmanned Aerial Vehicle," *IEEE Trans. Robotics*, Vol.24, No.2, pp.331-340 (2008)
- (3) P. Tsakalides and R. Raspanti, "Angle/Doppler Estimation in Heavy-Tailed Clutter Backgrounds," *IEEE Trans. Aerospace and Electronics Systems*, Vol.35, No.2, pp.419-436 (1999)
- (4) J. Mattingley and S. Boyd, "Real-Time Convex Optimization in Signal Processing – Recent Advances That Make It Easier to Design and Implement Algorithm --," *IEEE Signal Processing Magazine* (2010)
- (5) Y. Kaneda, et al., "Design Method of Robust Kalman Filter via l_1 Regression and Its Application for Vehicle Control with Outliers," *Proc. IECON*, pp.2210-2215 (2012)